

УДК 517.3

А.В. САНЮКЕВИЧ

Брест, БрГУ имени А.С. Пушкина

**О ПРЕПОДАВАНИИ РАЗДЕЛА «ОПРЕДЕЛЕННЫЕ
ИНТЕГРАЛЫ» НА ГЕОГРАФИЧЕСКОМ ФАКУЛЬТЕТЕ**

В настоящее время при изучении студентами-нематематиками определенного интеграла внимание в основном концентрируется на интегралах, выражающихся через элементарные функции. Поэтому получается, что они могут успешно использовать аппарат интегрального исчисления лишь в этих случаях. В подавляющем большинстве учебников прямо говорится о необходимости изучения интегралов, «не берущихся в конечном виде». Эти высказывания остаются лишь декларацией, не подкрепленной содержанием учебного курса. Студентов лишь знакомят, что такие интегралы есть, приводятся примеры, и ничего не говорится о методах исследования таких интегралов, о методах изучения их свойств как функций пределов интегрирования. Они не только не имеют навыков в исследовании интеграла «как целого» до его выражения через элементарные функции, но и вообще не знают, что им делать с такими интегралами.

Это положение должно быть существенно изменено и в теоретической, и в практической части курса. Важно добиться у студентов ясного понимания того, что задание определенного интеграла с переменным верхним пределом уже есть полное задание функции – безотносительно к тому, выражается этот интеграл через элементарные функции или нет. Для этого

надо всячески подчеркивать, что $\int_a^b f(x)dx$ при заданной непрерывной на $[a;b]$ функции $f(x)$ и заданных a и b есть уже вполне определенное число, только оно записано в пока еще непривычной форме. Разница только в том, что переход от выбранных записей числа к его записи в виде десятичной дроби может различаться по объему вычислений. Но объем вычислений более всего зависит от имеющихся средств вычислений.

В настоящее время ряд неэлементарных функций, через которые можно выразить наиболее важные для приложений интегралы, не выражающиеся элементарно, детально изучен и затабулирован. Более того, часто, даже если интеграл берется в элементарных функциях, но имеет слишком громоздкое выражение, предпочитают интеграл не брать и применять его «целиком, не взятым».

Таким образом, задание функции $F(x)$ в виде $\int_a^x f(t)dt$ есть конкретное и полное задание функции и, в принципе, совершенно равноправно с заданием в виде аналитического выражения из элементарных функций. Вопрос о том, какая форма задания проще, удобнее, как лучше изучать свойства заданных функций и вычислять их значения, решается по-разному для разных задач и разных функций. Чтобы более наглядно подчеркнуть этот факт, было бы полезно дать графический способ построения $F(x)$ по графически заданной $f(x)$. Не менее полезно привести формулу $F(x_{i+1}) = F(x_i) + f(x_i) \cdot \Delta x_i$ ($i = 0, 1, 2, \dots$) для составления таблицы значений $F(x)$.

Очень нужно рассматривать примеры на полное исследование интегралов с переменным верхним пределом, приложения стандартных приемов исследования и построения примерных графиков функций к функции

$$F(x) = \int_a^x f(t)dt.$$

На практических занятиях следует привести определения

интеграла вероятностей, интегральной показательной функции, интегрального синуса, эллиптических интегралов первого и второго рода и указать на наличие и необходимость использования таблиц этих функций.

Можно, например, исследовать и построить график функции $\Phi(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt$ (нечетность, наличие в точке $x = 0$ перегиба с угловым коэффициентом касательной, равным 1, ограниченность $\Phi(x)$, хотя бы числом $1 + \frac{1}{e}$); исследование и построение графика функции $\int_0^x \frac{\sin t}{t} dt$ (нечетность, точки экстремума, ограниченность, колебательность).

Необходимо использовать специальные функции и при рассмотрении приложений интегрального исчисления. Очень желательно иметь на практических занятиях таблицы основных специальных функций. С их помощью можно расширить количество примеров на вычисление интегралов.

Рассматривать, например, интегралы $\int_1^2 e^{-4x^2+8x} (x^2 - 1) dx$ или $\int_1^2 \frac{\sin 3x}{x^3} dx$.

Время на проведение этих занятий надо, естественно, выделить за счет часов, отводимых на стандартную технику интегрирования.